Министерство образования новосибирской области   
ГБПОУ Новосибирской области Новосибирский авиационный технический   
колледж имени Б.С. Галущака

Самостоятельная работа №4

**Транспортная задача**

Учебная дисциплина: Математические методы

Работу выполнила:

студентка группы ПР-395,   
Косолапова Е. Ю.

Проверила: Оболенцева Т. Д.

2020

**Дана транспортная задача:**

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Существует 3 пункта производства и 3 пункта сбыта. Запас товара в первом пункте производства составляет 100 единиц, втором – 50 единиц, третьем – 50 единиц. Первому пункту сбыта требуется 100 единиц товара, второму – 50 единиц, третьему – 50 единиц. Следует составить два опорных плана, методом северо-западного угла и методом минимального элемента. Затем решить оба метода, методом потенциала и сделать вывод.

где **m** – количество поставщиков, **n** – количество потребителей.

*;*

Если то нужно добавить (m+1)-го фиктивного поставщика. В матрицу затрат и перевозок добавляется (m+1)-я строка, в котором . Таким образом, матрица выглядит так:

Считаем k=m+n-1, тогда k=6, т.е. матрица не вырожденная.

Далее нужно составить так называемый опорный план, который является первым решением задачи. Существует два метода формирования опорного плана:

**Метод северо-западного угла**

Заполнение матрицы Х начинается от (1,1) элемента. Далее элементы располагаются относительно главной диагонали.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  | 10 | 9 | 100 |
|  |  | 15 | 8 | 50 |
|  |  | 10 | 15 | 50 |
|  | 0 |  |  | 300 |
|  | 200 | 200 | 100 | 500 |

В результате получен первый опорный план, который является допустимым.

Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 5, а должно быть m + n - 1 = 6. Следовательно, модель является вырожденной, а значит, нужно добавить в нее недостающее число элементов =𝜺, где ε – малое число, которое может входить в решение. Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

Z = 15\*100 + 10\*50 + 9\*50 + 0\*200+0\*100 = 2450

**Решение методом потенциалов:**

Так как матрица является невырожденной, то мы можем реализовать метод потенциалов. Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы , по занятым клеткам таблицы, в которых , где - платежи **i-го** поставщика; - платежи j-го потребителя. Полагая, что .

|  |  |
| --- | --- |
| v1 + u1 = 15 | v1 = 15 - 0 = 15 |
| v2 + u1 = 10 | v2 = 10 - 0 = 10 |
| v1 + u2 = 10 | u2 = 10 -15 = -5 |
| v1 + u3 = 9 | u3 = 9 -15 = -6 |
| v2 + u4 = 0 | u4 = 0 - 10 = -10 |
| v3 + u4 = 0 | v3 = 0 +10 = 10 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  | 1510015 | 10ε10 | 9010 | 100+ε | 0 |
|  | 105010 | 1505 | 805 | 50 | -5 |
|  | 9509 | 1004 | 1504 | 50 | -6 |
|  | 005 | 02000 | 01000 | 300 | -10 |
|  | 200 | 200+ε | 100 | 500+ε |  |
|  | 15 | 10 | 10 |  |  |

Опорный план не является оптимальным, так в любой нулевой ячейке псевдостоимость больше, чем стоимость .

Z = 15\*100 + 10\*50 + 9\*50 + 0\*200+0\*100 = 2450+10ε

(;): 0 + 10 > 9; = 0 + 10 - 9 = 1 > 0  
(;): -10 + 15 > 0; = -10 + 15+0 = 5 > 0

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (A4;B1): 0

Для этого в перспективную клетку (A4;B1) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+». Из xij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. min(A1;B1)= 100. Прибавляем 100 к элементам, стоящим в плюсовых клетках, и вычитаем 100 из xij, стоящих в минусовых клетках. Посчитаем потенциалы:

|  |  |
| --- | --- |
| v2 + u1 = 10 | v2 = 10 - 0 = 10 |
| v2 + u4 = 0 | u4 = 0 - 10 = -10 |
| v3 + u4 = 0 | v3 = 0 +10 = 10 |
| v1 + u4 = 0 | v1 = 0 +10 = 10 |
| v1 + u3 = 9 | u3 = 9 -10 = -1 |
| v1 + u2 = 10 | u2 = 10 -10 = 0 |

В результате получим новый опорный план:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  | 15010 | 10100+ε10 | 9010 | 100+ε | 0 |
|  | 105010 | 15010 | 8010 | 50 | 0 |
|  | 9509 | 1009 | 1509 | 50 | -1 |
|  | 01000 | 01000 | 01000 | 300 | -10 |
|  | 200 | 200+ε | 100 | 500+ε |  |
|  | 10 | 10 | 10 |  |  |

Опорный план не является оптимальным, так в любой нулевой ячейке псевдостоимость больше, чем стоимость .

Z = 100\*10+10ε+10\*50 + 9\*50 + 0\*100+0\*100+0\*100 = 1950+10ε

(;): 0+10>9; = 0 + 10 - 9 = 1 > 0  
(;): 0+10>8; = 0 + 10 - 8 = 2 > 0  
Выбираем максимальную оценку свободной клетки (A2;B3): 8

Для этого в перспективную клетку (A2;B3) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+». Из xij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. min (A2;B3) = 50. Прибавляем 50 к элементам, стоящим в плюсовых клетках, и вычитаем 50 из xij, стоящих в минусовых клетках. Посчитаем потенциалы:

|  |  |
| --- | --- |
| v2 + u1 = 10 | v2 = 10 - 0 = 10 |
| v2 + u4 = 0 | u4 = 0 - 10 = -10 |
| v1 + u4 = 0 | v1 = 0 +10 = 10 |
| v3 + u4 = 0 | v3 = 0 +10 = 10 |
| v1 + u3 = 9 | u3 = 9 -10 = -1 |
| v3 + u2 = 8 | u2 = 8 -10 = -2 |

В результате получим новый опорный план:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  | 15010 | 10100+ε10 | 9010 | 100+ε | 0 |
|  | 1008 | 1508 | 8508 | 50 | -2 |
|  | 9509 | 1009 | 1509 | 50 | -1 |
|  | 01500 | 01000 | 0500 | 300 | -10 |
|  | 200 | 200+ε | 100 | 500+ε |  |
|  | 10 | 10 | 10 |  |  |

Опорный план не является оптимальным, так в любой нулевой ячейке псевдостоимость больше, чем стоимость .

Z = 100\*10+10ε +8\*50+ 9\*50 + 0\*150+0\*50+0\*100 = 1850+10ε

(;): 0+10>9; = 0 + 10 - 9 = 1 > 0  
Выбираем максимальную оценку свободной клетки (A1;B3): 9

Для этого в перспективную клетку (A1;B3) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+». Из xij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. min (A4;B3) = 50. Прибавляем 50 к элементам, стоящим в плюсовых клетках, и вычитаем 50 из xij, стоящих в минусовых клетках. Посчитаем потенциалы:

|  |  |
| --- | --- |
| v2 + u1 = 10 | v2= 10-0 = 10 |
| v2 + u4 = 0 | u4= 0-10 = -10 |
| v1 + u4 = 0 | v1 = 0 +10 = 10 |
| v1 + u3 = 9 | u3 = 9-10 =-1 |
| v3 + u1 = 9 | v3 = 9+0 = 9 |
| v3 + u2 = 8 | u2= 8 - 9= -1 |

В результате получим новый опорный план:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  | 15010 | 1050+ε10 | 9509 | 100+ε | 0 |
|  | 1009 | 1509 | 8508 | 50 | -1 |
|  | 9509 | 1009 | 1508 | 50 | -1 |
|  | 01500 | 01500 | 00-1 | 300 | -10 |
|  | 200 | 200+ε | 100 | 500+ε |  |
|  | 10 | 10 | 9 |  |  |

Опорный план является оптимальным, так в любой нулевой ячейке псевдостоимость меньше, чем стоимость .

К=6 – опорный план невырожденный.

Целевая функция базисного плана равна:

Z= 10 \*50+10ε +9\*50+8\*50+9\*50+150\*0+150\*0 = 1800+10ε

Данное значение меньше, чем полученное ранее, следовательно, оптимизация выполнена верно. Получена целевая функция, показывающая наименьшие затраты денежных единиц. Оптимум получен при организации следующих перевозок: x12=50, x13=50, x23=50, x31=50. Так как фактически четвертого поставщика не существует, то в первом и во втором пункте будет избыток товара размером в 150 шт.

**Метод минимального элемента**

Метод минимального элемента предполагает предварительную сортировку элементов матицы C по возрастанию. Для того, чтобы произвести такую сортировку, нужно найти минимальный элемент в матрице С и присвоить ему первое место. Если в матрице присутствуют элементы, равные минимальному, например, нули в вышеприведенной матрице, то им присваиваются второе, третье места и т.д. При выполнении этих действий получается матрица следующего вида:

После сортировки элементов нужно составить опорный план. При этом в полученной отсортированной матрице определяется элемент, стоящий на первом месте, и применяется алгоритм заполнения матрицы, описанный выше.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | 100 |
|  |  | 15 |  | 50 |
|  | 9 |  | 15 | 50 |
|  |  |  | 0 | 300 |
|  | 200 | 200 | 100 | 500 |

В результате получен первый опорный план, который является допустимым.

Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 6, а должно быть m + n - 1 = 6. Следовательно, модель является невырожденной. Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

Z = 10\*50 + 9\*50 + 8\*50+10\*50 + 0\*200+0\*100 = 1850

**Решение методом потенциалов**

Так как матрица является невырожденной, то мы можем реализовать метод потенциалов. Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы , по занятым клеткам таблицы, в которых , где - платежи **i-го** поставщика; - платежи j-го потребителя. Полагая, что .

|  |  |
| --- | --- |
| v2 + u1 = 10 | v2 = 10 - 0 = 10 |
| v3 + u1 = 9 | v3 = 9 - 0 = 9 |
| v3 + u2 = 8 | u2 = 8 - 9 = -1 |
| v2 + u3 = 10 | u3= 10 -10 =0 |
| v2 + u4 = 0 | u4= 0-10 = -10 |
| v1 + u4 = 0 | v1 = 0+10 = 10 |

В результате получим новый опорный план:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  | 15010 | 105010 | 9509 | 100 | 0 |
|  | 1009 | 1509 | 8508 | 50 | -1 |
|  | 9010 | 105010 | 1509 | 50 | 0 |
|  | 02000 | 01000 | 00-1 | 300 | -10 |
|  | 200 | 200 | 100 | 500 |  |
|  | 10 | 10 | 9 |  |  |

Опорный план не является оптимальным, так в любой нулевой ячейке псевдостоимость больше, чем стоимость .

Z = 9\*50+8\*50+ 10\*50 + 0\*200+0\*100 = 1850

(;): 0+10>9; = 0 + 10 - 9 = 1 > 0  
Выбираем максимальную оценку свободной клетки (A3;B1): 9

Для этого в перспективную клетку (A3;B1) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+». Из xij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. min (A3;B2) = 50. Прибавляем 50 к элементам, стоящим в плюсовых клетках, и вычитаем 50 из xij, стоящих в минусовых клетках. Посчитаем потенциалы:

|  |  |
| --- | --- |
| v2 + u1 = 10 | v2 = 10 - 0 = 10 |
| v3 + u1 = 9 | v3 = 9 - 0 = 9 |
| v3 + u2 = 8 | u2= 8 - 9 = -1 |
| v2 + u4 = 0 | u4 = 0-10 = -10 |
| v1 + u4 = 0 | v1 = 0+10 = 10 |
| v1 + u3 = 9 | u3= 9-10 = -1 |

В результате получим новый опорный план:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  | 15010 | 105010 | 9509 | 100 | 0 |
|  | 1009 | 1509 | 8508 | 50 | -1 |
|  | 9509 | 1009 | 1508 | 50 | -1 |
|  | 01500 | 01500 | 00-1 | 300 | -10 |
|  | 200 | 200 | 100 | 500 |  |
|  | 10 | 10 | 9 |  |  |

Опорный план является оптимальным, так в любой нулевой ячейке псевдостоимость меньше, чем стоимость .

Z= 10\*50+9\*50+8\*50+9\*50+150\*0+150\*0 = 1800

Данное значение меньше, чем полученное ранее, следовательно, оптимизация выполнена верно. Получена целевая функция, показывающая наименьшие затраты денежных единиц. Оптимум получен при организации следующих перевозок: x12=50, x13=50, x23=50, x31=50. Так как фактически четвертого поставщика не существует, то в первом и во втором пункте будет избыток товара размером в 150 шт.

**Вывод**: как видно из результатов решений задачи разными методами, получены одинаковые ответы. В обоих способах при оптимизации затраты уменьшаются.